

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
«Агрофизический научно-исследовательский институт»  
Российский фонд фундаментальных исследований

---

## **МАТЕРИАЛЫ**

**Всероссийской научной конференции**

**с международным участием**

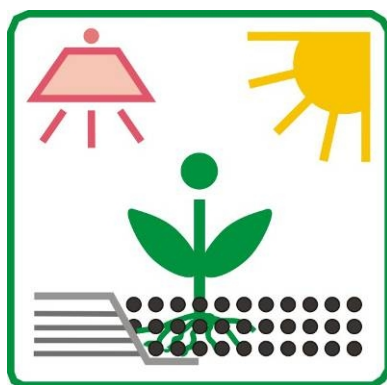
**«АГРОЭКОСИСТЕМЫ В ЕСТЕСТВЕННЫХ И**

**РЕГУЛИРУЕМЫХ УСЛОВИЯХ:**

**ОТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ К ПРАКТИКЕ**

**ПРЕЦИЗИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

**Санкт-Петербург, 21–23 сентября 2016 г.**



Санкт-Петербург  
2016

УДК 631.95:51-76:631.588

ББК 41.4:28.08

А 26

**Материалы Всероссийской научной конференции (с международным участием) «Агроэкосистемы в естественных и регулируемых условиях: от теоретической модели к практике прецизионного управления».** Санкт-Петербург, 21–23 сентября 2016 г. – СПб.: ФГБНУ АФИ, 2016. – 508 с.

Материалы даны в авторской редакции

*Издание осуществлено при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований*

**Ответственные за выпуск:**

*Блохина С. Ю.*

*Агеенкова О. А.*

*Цивилев А. Ю.*

## ЗАДАЧА ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ПОЧВЫ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА: МОДЕЛЬ, АЛГОРИТМ, РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

А. В. Боярская, Ю. О. Терехова, Л. А. Хворова

*АлтГУ, г. Барнаул*

Математические модели, связанные с описанием теплопереноса в пределах почвенного компартмента, основаны на нестационарных трехмерных уравнениях параболического типа. Теплота, поступающая на поверхность почвы, под действием создаваемого градиента температур перераспределяется в объеме некоторого почвенного компартмента  $\Omega$ . Уравнение теплопереноса имеет вид:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t), \quad (1)$$

где  $T$  – температура почвы;  $f(x, y, z)$  – плотность почвы;  $c(w(x, y, z))$  – теплоемкость;  $\chi$  – коэффициент теплопроводности, зависящий от влажности почвы  $w$ .

Искомая функция  $T(P, t)$  (температура почвы) должна удовлетворять начальным условиям:

$$T(P, t)|_{t=0} = T(P, 0) \text{ для } P \in \Omega \quad (2)$$

и некоторым граничным условиям. Верхним граничным условием в данных вариантах моделей служит фактическая температура на поверхности почвы, распределенная по часам в течение суток. Нижняя граница помещена на глубине, на которой температура полагается постоянной:

$$T(0, t) = T_0(t); \quad T(-H, t) = T_H(t). \quad (3)$$

Рассмотрим двумерную модель с вертикальной границей раздела между двумя почвенными компартментами с различной структурой. Для решения задачи (1)–(3) в двумерном случае будем полагать, что почвенный компартмент  $\Omega$  состоит из двух участков:  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , где  $\Omega_1 = \{x_1 \leq x \leq 0; -H \leq y \leq 0\}$ ,  $\Omega_2 = \{0 \leq x \leq x_2; -H \leq y \leq 0\}$ , значительно различающихся по влиянию характеристик поля на продукционный процесс посева и на движение почвенных растворов. Границы участков  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  полагаются известными и

прямолинейными. Система координат выбрана таким образом, что ось  $Oy$  проходит по границе раздела областей  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Функция  $T_1$  определяет температуру почвы в области  $\Omega_1$ , а  $T_2$  – температуру почвы в области  $\Omega_2$ . Тогда в силу почвенной однородности самих областей  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  граничные условия при  $x=x_1$  и  $x=x_2$  примут вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \text{ при } x = x_1; \quad \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0 \text{ при } x = x_2.$$

На границе раздела компартментов  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  ( $x=0$ ) ( $x=0$ ) должны выполняться условия непрерывности температур и тепловых потоков:

$$T_1 = T_2 \text{ и } \chi_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \chi_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \text{ при } x = 0.$$

Теплоперенос осуществляется вдоль координатных осей  $Ox$ ,  $Oy$ .

Введем коэффициенты температуропроводности  $K_i = \chi_i / (\rho_i c_i)$ , которые являются функциями пространственных координат  $x$ ,  $y$  и перепишем уравнение (1) в следующем дивергентном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left( K_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{K_i}{\rho_i c_i} \left[ \frac{\partial(\rho_i c_i)}{\partial x} \frac{\partial T_i}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i c_i)}{\partial y} \frac{\partial T_i}{\partial y} \right] + \frac{1}{\rho_i c_i} f(x, y, t). \end{aligned}$$

Для численного решения задачи, описывающей процесс теплопереноса, применяется метод сеток с использованием продольно-поперечной конечно-разностной схемы.

Программная реализация двумерной задачи теплового режима почв осуществлена на языке программирования C++. Разработан программный интерфейс модуля (рис. 1) в среде Visual Studio 2015, модуль протестирован на фактических данных измерений АНИИСХОЗа «ОПХ им. В. В. Докучаева». Проведено численное исследование модели: влияние конечноразностных аппроксимаций для уравнения теплопроводности на точность решения, изменение температурного поля в различные периоды вегетации, влияние физических свойств почвы на теплофизические параметры.

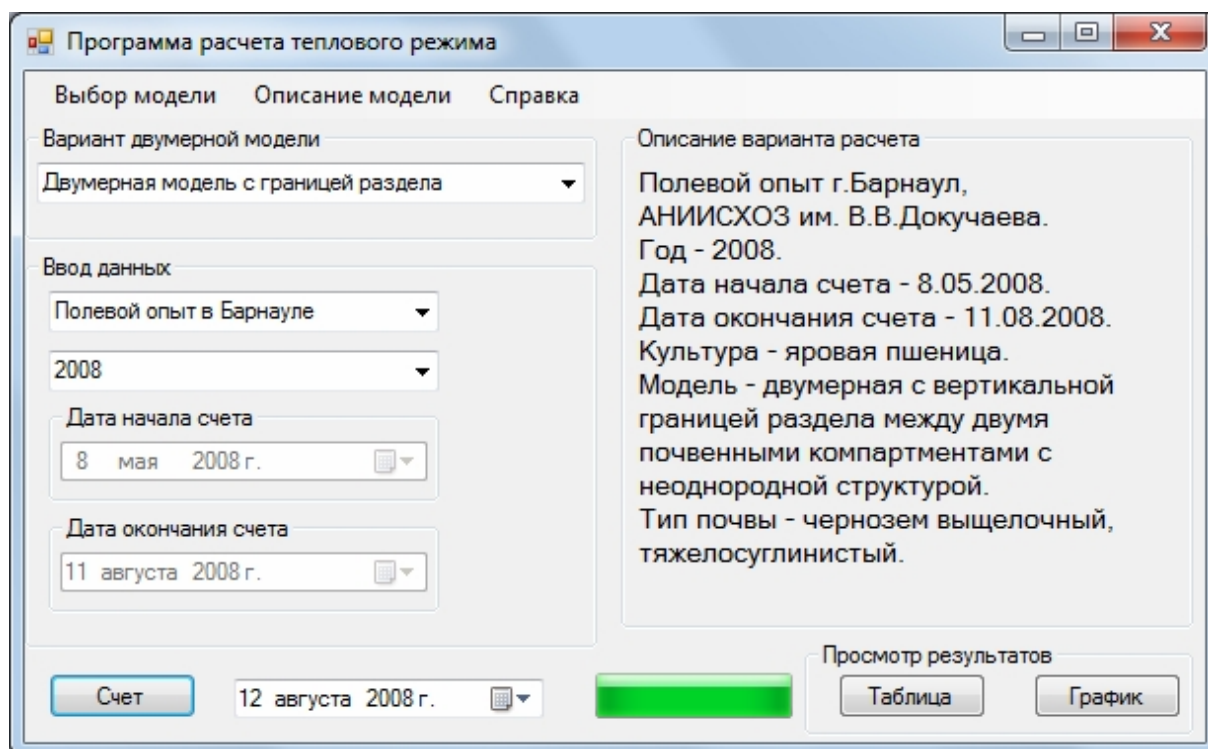


Рис. 1. Диалоговое окно программного модуля

Анализ исходных данных показал, что суточные колебания температуры почвы затухают уже на глубине 40–60 см, а сезонные изменения распространяются на значительно большую глубину. В модели нижняя граница была помещена на расстоянии 160 см от поверхности почвы.

Данные для расчетов были сформированы для двух разных типов почв с различными теплофизическими параметрами: участок  $\Omega_1$  – чернозем выщелоченный суглинистый; участок  $\Omega_2$  – чернозем выщелоченный тяжелосуглинистый.

На рис. 2 представлены расчетные профили температуры на двух участках с границей раздела: левая часть рисунка – температура вблизи границы области  $\Omega_1$  и на самой границе, центральная часть рисунка – профили температуры вблизи границы раздела почвенных компартментов и на самой границе раздела, правая часть рисунка – профили температуры вблизи правой границы области  $\Omega_2$  и на самой границе.

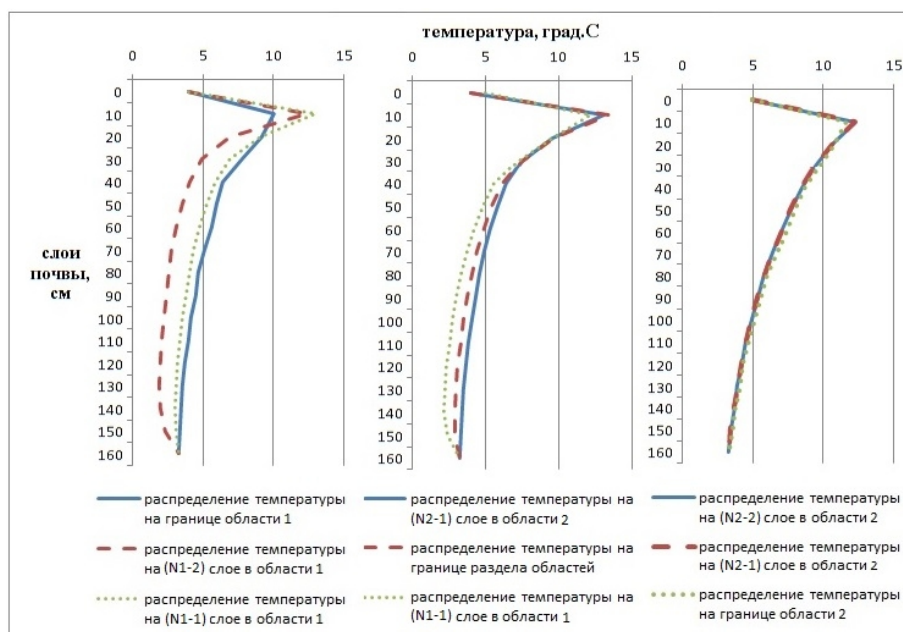


Рис. 2. Расчетные профили температуры на участках  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  и на границе раздела

Полученные результаты верно отражают динамику распределения температуры в областях и на границе раздела и объективные почвенно-физические процессы.

Точность результатов моделирования достаточно высока и в полной мере отображает динамику распределения температур по почвенному профилю в течение суток и в течение года [1–4]. Указанные результаты хорошо согласуются с данными по теплофизическим свойствам выщелоченных черноземов Алтайского Приобья. Они близки как по значениям, так и по характеру зависимостей и отражают объективные почвенно-физические факторы.

### Список литературы

1. Боярская А. В., Кистанова А. В., Хворова Л. А. 2014. Алгоритмическая и программная реализация двумерной задачи теплового режима почвы с границей раздела // Труды молодых ученых. Вып. 11. С. 214–217.
2. Боярская А. В., Хворова Л. А. 2015. Восстановление характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Омский научный вестник. Омск. № 3(143). С. 293–296.
3. Боярская А. В., Хворова Л. А. 2015. Определение характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Вестник АлтГПУ, Естественные и точные науки. Барнаул. № 25. С. 10–13.
4. Боярская А. В., Перельгин А. А., Хворова Л. А. 2016. Использование данных ДЗЗ, ГИС-технологий и моделирования в технологиях точного земледелия на примере теплового режима // Прикладная математика и фундаментальная информатика. Омск, Изд-во ОмГТУ. № 3. С. 109–115.

ISBN 978-5-905200-32-8



Материалы Всероссийской научной конференции  
(с международным участием)  
**«Агроэкосистемы в естественных и регулируемых условиях: от  
теоретической модели к практике прецизионного управления»**  
Санкт-Петербург, 21–23 сентября 2016 г.

Редактор: О. А. Агеенкова

Технический редактор: А. Ю. Цивилев

---

Подписано в печать 23.11.2016.

---

Подготовлено к печати в ФГБНУ АФИ  
195220, Санкт-Петербург, Гражданский пр., д. 14.