

Математическое моделирование процессов в агропромышленном комплексе и проблемы управления

УДК [631.43+004.65]

ПРЕИМУЩЕСТВА УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО МЕТОДА МУАЛЕМА-ВАН ГЕНУХТЕНА НА ПРИМЕРЕ ГЛИНИСТОЙ ПОЧВЫ

В. В. Терлеев^{1,2}, В. Л. Баденко^{1,2}, А. Г. Топаж², В. Миршель³, И. Ю. Гусева¹¹Национальный исследовательский Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

²ФГБНУ Агрофизический научно-исследовательский институт

Гражданский пр., 14, Санкт-Петербург, 195220, Россия

³Leibniz Centre of Agricultural Landscape Research (ZALF)

84, Eberswalder Strasse, Muencheberg, Germany, 15374

E-mail: Vitaly_Terleev@mail.ru

Поступила в редакцию 01 декабря 2014 г., принята к печати 10 декабря 2014 г.

Рассмотрены преимущества расчета отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги усовершенствованным методом Муалема-Ван Генухтена, который опирается на физически обоснованное описание функции дифференциальной влагоемкости почвы и первообразной данной функции как основной гидрофизической характеристики почвы. К числу важнейших преимуществ усовершенствованного метода по сравнению с его оригинальной версией относятся: во-первых, возможность оценки физически интерпретированных параметров моделей водоудерживающей способности и гидравлической проводимости почвы по относительно доступным показателям физических свойств почвы; во-вторых, более высокая точность вычисления отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги с использованием результатов интерполяции экспериментальных данных о водоудерживающей способности почвы (на примере глинистой почвы).

Ключевые слова: дифференциальная влагоемкость почвы, водоудерживающая способность почвы, гидравлическая проводимость почвы, капиллярность, логнормальное распределение эффективных радиусов почвенных пор, физическая интерпретация, интерполяция.

ВВЕДЕНИЕ

Уравнение неразрывности потока влаги в почве, часто именуемое уравнением Ричардса (1931), широко используется в инженерно-мелиоративных расчетах, а также для прогнозных вычислений влагообеспеченности урожаев сельскохозяйственных культур (Арефьев и др., 2012; Терлеев и др., 2012а). В частности, оно применяется для расчета динамики почвенной влаги в системе имитационного моделирования AGROTOOL (Poluektov et al., 2002; Баденко и др., 2011; Badenko et al., 2014). В данном уравнении зависимой (искомой) переменной является капиллярное давление (капиллярно-сорбционный потенциал) влаги, а независимыми переменными – время и пространственные координаты (глубина расчетного слоя почвы). Уравнение Ричардса, используемое для описания изотермического переноса почвенной влаги под действием капил-

лярно-сорбционных сил и гравитации вдоль оси, направленной вертикально вниз, с началом отсчета на поверхности почвы, имеет вид:

$$\mu \partial \psi / \partial t = \partial (k(\partial \psi / \partial x - 1)) / \partial x - f_x, \quad (1)$$

где t [сут.] – время; x [см] – пространственная координата (глубина расчетного слоя); ψ [см вод. ст.] – капиллярное давление влаги; μ [см вод. ст.⁻¹] – коэффициент дифференциальной влагоемкости почвы; k [см·сут.⁻¹] – коэффициент гидравлической проводимости почвы; f_x [сут.⁻¹] – функция стока, описывающая поглощение воды корнями растений.

Как известно, уравнение (1) относится к классу дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. При постоянных коэффициентах оно имеет аналитическое решение. В случае переменных коэффициентов применяются известные и хорошо апробированные рутинные вычислительные процедуры для получения чис-

ленного решения данного уравнения (Полуэктов и др., 2003). По существу, при переменных коэффициентах поиск решения уравнения Ричардса сводится к их функциональному представлению с последующей параметрической идентификацией функций $\mu = \mu(\psi)$ и $k = k(\psi)$. В настоящее время по причине отсутствия исчерпывающего теоретического обоснования указанных функций в рамках физических представлений о взаимодействии воды с твердой фазой почвы для описания коэффициентов уравнения (1) обычно используются эмпирические зависимости, которые с той или иной точностью интерполируют экспериментальные данные. В этой связи следует отметить две проблемы применения аппроксимаций почвенно-гидрофизических функций. Как известно, одним из важнейших гидрофизических свойств почвы является ее водоудерживающая способность, которую принято описывать в форме зависимости объемной влажности почвы θ [$\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$] от капиллярного давления влаги ψ [см вод. ст.]. Здесь уместно напомнить, что указанная зависимость называется основной гидрофизической характеристикой (ОГХ) почвы (Глобус, 1969). По определению функция $\theta(\psi)$ является первообразной функции $\mu(\psi)$. Поэтому для расчета коэффициента дифференциальной влагоемкости почвы широко практикуется подбор аппроксимирующей функции, которая используется для интерполяции измеренной ОГХ; затем данную функцию дифференцируют. Такую практику нельзя назвать методологически безупречной, поскольку дифференцирование аппроксимаций является, как известно, неустойчивой операцией, которая может приводить к физически абсурдным

результатам. В качестве негативного примера можно привести степенную функцию, ранее широко применявшуюся при интерполяции измененной ОГХ для последующего расчета μ . Таким образом, первая проблема применения аппроксимаций почвенно-гидрофизических функций состоит в том, что использование даже достаточно точно измеренной ОГХ не является гарантией получения адекватной функции дифференциальной влагоемкости почвы при дифференцировании произвольных аппроксимаций зависимости $\theta(\psi)$ (Полуэктов, Терлеев, 2002). Вторая проблема заключается в малой доступности экспериментальных данных относительно $\theta(\psi)$ и $k(\psi)$ по причине высокой трудоемкости прямых измерений указанных зависимостей.

Одним из достаточно успешных примеров частично решения отмеченных проблем является метод Муалема-Ван Генухтена (Mualem, 1976; Van Genuchten, 1980). Он позволяет отказаться от прямых измерений зависимости $k(\psi)$ и опирается только на данные об ОГХ и коэффициенте фильтрации почвенной влаги k_s . Метод заключается в следующем: для расчета отношения $k(\psi)/k_s$ по формуле Муалема используется предложенная Ван Генухтеном аппроксимация ОГХ, позволяющая представить отношение $k(\psi)/k_s$ в виде функции с параметрами, которые являются общими и для данной аппроксимации ОГХ, и для отношения $k(\psi)/k_s$. В методе Муалема-Ван Генухтена аппроксимация ОГХ, а также вычисленное с ее помощью отношение функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \theta(\psi) = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + (-\alpha\psi)^n)^m, & \psi < 0; \\ \theta_s, & \psi \geq 0, \end{cases} & (2a) \\ \frac{k(\psi)}{k_s} = \begin{cases} (1 + (-\alpha\psi)^n)^{-m/2} \left(1 - \left(1 - (1 + (-\alpha\psi)^n)^{-1} \right)^m \right)^2, & \psi < 0; \\ 1, & \psi \geq 0, \end{cases} & (2b) \end{cases}$$

где θ_s [$\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$] - объемная влажность полного насыщения почвенной толщи водой; θ_r [$\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$] - минимальный удельный объем жидкой воды в почве; α [см вод. ст.^{-1}] и n - эмпирические параметры; $m = 1 - 1/n$.

Производная данной аппроксимации влаги описывается следующим соотношением: ОГХ по величине капиллярного давления ем:

$$\frac{d\theta}{d\psi} = \begin{cases} (\theta_s - \theta_r) m n \alpha^n (-\psi)^{n-1} (1 + (-\alpha\psi)^n)^{-(m+1)}, & \psi < 0; \\ 0, & \psi \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Практическое значение данного метода очевидно: он позволяет отказаться от трудоемких измерений зависимости $k(\psi)$. Наряду с этим, аппроксимация ОГХ (2a) достаточно точно интерполирует экспериментальные данные, а ее производная, вычисленная по формуле (3), описывается куполообразной кривой, которая характерна (исходя из физических представлений) для функции дифференциальной влагоемкости почвы $\mu(\psi)$. Показателем большого прикладного значения метода Муалема-Ван Генухтена является высокий индекс цитирования публикаций о нем и результатах его применения.

Основным недостатком данного метода является то, что параметры функций, описываемых соотношениями (2a), (2b) и (3), не имеют физического обоснования. В связи с этим не представляется возможным оценить указанные параметры по более доступным данным о физических свойствах почвы и, следовательно, это не позволит отказаться от проведения трудоемких прямых измерений ОГХ. Вместе с тем, поскольку зависимость (2a) не является физически интерпретированной функцией водоудерживающей способности почвы, а представляет собой абстрактную аппроксимацию ОГХ, предположение адекватности математической модели (3) по отношению к физическому свойству почвы, именуемому дифференциальной влагоемкостью почвы, остается более чем проблематичным. Кроме того, поскольку в основу метода Муалема-Ван Генухтена положена интерполяция экспериментальных данных, необходимо учитывать, что предсказание значений $k(\psi)/k_s$ по формуле (2b) принципиально ограничено тем диапазоном значений ψ , для которого были вычислены эмпирические параметры α и n аппроксимации ОГХ (2a).

Таким образом, метод Муалема-Ван Генухтена, с одной стороны, является, безусловно, весьма прогрессивным шагом в направлении поиска решения указанных

выше проблем, но, с другой стороны, с его помощью данные проблемы пока не решены полностью. В работе (Терлеев и др., 2014) предложено усовершенствование метода Муалема-Ван Генухтена. В настоящем исследовании авторы поставили цель на примере глинистой почвы проанализировать преимущества усовершенствованного метода расчета отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги.

МЕТОД

В уравнении (1) функция водоудерживающей способности почвы в явном виде не присутствует. Учитывая данное обстоятельство, а также указанные выше проблемы использования аппроксимации ОГХ для расчета коэффициентов уравнения (1), возникает резонный вопрос о целесообразности использования аппроксимации ОГХ в поисках решения уравнения Ричардса. Ответить на поставленный вопрос можно следующим образом. Аппроксимация ОГХ необходима для того, чтобы с использованием значений капиллярного давления влаги, полученных в качестве решения уравнения Ричардса, иметь возможность вычислить, например, значения объемной влажности почвы, запасы продуктивной влаги в почве, нормы поливов, объемы стока влаги за пределы расчетной толщи почвы и т. д. Вместе с тем, для расчета коэффициентов уравнения Ричардса методологически более целесообразно использовать не аппроксимацию ОГХ, а физически обоснованную модель дифференциальной влагоемкости почвы. С помощью данной модели и формулы Муалема может быть вычислено отношение $k(\psi)/k_s$. Иначе говоря, ОГХ явно не используется в уравнении Ричардса, но является незаменимой функцией в преобразованиях результатов решения данного уравнения к виду, приемлемому для их дальнейшего практического использования. Следует отметить, что для данного случая ОГХ

можно достаточно легко рассчитать интегрированием функции $\mu(\psi)$.

Таким образом, здесь предлагается в методологическом отношении более предпочтительный подход к моделированию гидрофизических свойств почвы. Он включает в себя следующие пять шагов: 1) физическое обоснование дифференциальной влагоемкости почвы и ее формулирование в виде функции капиллярного давления влаги; 2) применение формулы Муалема для описания отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги; 3) интегрирование функции дифференциальной влагоемкости почвы для получения функции водоудерживающей способности почвы; 4) аппроксимация полученных почвенно-гидрофизических функций; 5) разработка физически адекватного приема параметрической идентификации полученных почвенно-гидрофизических функций и их аппроксимаций.

Первые три из пяти указанных выше шагов ранее пройдены Косуги (Kosugi,

$$\mu(\psi) = \begin{cases} -(\theta_s - \theta_r)(n/4)/(\psi - \psi_{ae}) \exp\left(-\pi(n/4)^2 \ln^2(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))\right), & \psi < \psi_{ae}; \\ 0, & \psi \geq \psi_{ae}. \end{cases} \quad (4)$$

В формуле (4) все параметры имеют физическую (физико-статистическую) интерпретацию (Терлеев и др., 2012б, 2014). Параметр θ_r равен объемной влажности почвы при максимальном запасе в ней гигроскопической влаги. Параметр θ_s равен объемной влажности насыщения почвы при максимальном заполнении водой всего ее порового пространства. Параметр ψ_{ae} имеет смысл давления барботирования на изотерме иссушения изначально влагонасыщенной почвы. Параметр $n = 4/(\sigma\sqrt{2\pi})$ обратно пропорционален стандартному отклонению σ нормально распределенной случайной величины $\ln \bar{r}$, где $\bar{r} = (r - r_{\min})/(r_{\max} - r)$ - эффективный радиус почвенной поры; r - радиус капиллярной поры; r_{\max} и r_{\min} - соответственно максимальное и минимальное значения величины r . Для случая $r_{\min} \ll r$ ($r_{\min}=0$) справедливо соотношение $\psi - \psi_{ae} = -\beta/(r_{\max} \bar{r})$, из которого следует, что капиллярное давление влаги ψ_0 , заполняющей почвенные поры, начиная от мельчайших и заканчивая порами

1994). Однако полученные им формулы оказались более громоздкими по сравнению с формулами Ван Генухтена. Кроме того, из-за отсутствия эффективного метода оценки параметров верификация модели, предложенной Косуги, показала худший результат по сравнению с результатом, который получил Ван Генухтен для глинистой почвы *Beit-Netofaclay* (Kosugi, 1996). По мнению авторов настоящей статьи, это является причиной того, что формулы Косуги в отношении практического использования существенно уступают формулам Ван Генухтена.

Тем не менее, результаты, полученные Косуги при моделировании гидрофизических свойств почвы, безусловно, являются весьма важными. С опорой на идеи Косуги об эффективных радиусах почвенных пор, распределенных по логнормальному закону, и на представления о капиллярных явлениях в поровом пространстве почвы авторами настоящей статьи была получена формула для функции дифференциальной влагоемкости почвы:

радиуса r_0 , которому соответствует наиболее вероятное значение $\ln \bar{r}_0$ случайной величины $\ln \bar{r}$, принимает значение $\psi_0 = \psi_{ae} - \beta/(r_{\max} \bar{r}_0)$. Параметр α описывается формулой $\alpha = -1/(\psi_0 - \psi_{ae}) = r_{\max} \bar{r}_0/\beta$, где $\bar{r}_0 = r_0/(r_{\max} - r_0)$. Параметр β представляет собой коэффициент пропорциональности в законе Лапласа $\psi = -\beta/r$, он равен $\beta = 2\gamma \cos \varphi / (g\rho_w)$, где γ - коэффициент поверхностного натяжения почвенной влаги на границе с воздухом; φ - краевой угол смачивания водой поверхности частиц почвы; g - ускорение свободного падения; ρ_w - плотность воды.

Соотношение (4) в общем виде описывает функцию дифференциальной влагоемкости почвы. Результатом интегрирования функции $\mu(\psi)$, а также подстановки данной функции в формулу Муалема и сопутствующих вычислений является следующая система почвенно-гидрофизических функций:

$$\left\{ \begin{aligned} \theta(\psi) &= \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1/2)\operatorname{erfc}\left(\left(n\sqrt{\pi}/4\right)\ln(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))\right), \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s, \psi \geq \psi_{ae}, \end{cases} & (5a) \\ \frac{k(\psi)}{k_s} &= \begin{cases} \left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)\sqrt{\operatorname{erfc}\left(\left(n\sqrt{\pi}/4\right)\ln(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))\right)}\left(\operatorname{erfc}\left(\left(n\sqrt{\pi}/4\right)\ln(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))\right) + 2/\left(n\sqrt{\pi}\right)\right)^2, \psi < \psi_{ae}; \\ 1, \psi \geq \psi_{ae}. \end{cases} & (5b) \end{aligned} \right.$$

Для частного случая $r_{\max} \gg r$ можно принять $\psi_{ae} = 0$, тогда формулы (4), (5a) и (5b) принимают вид соотношений, которые были получены Косуги (Kosugi, 1994).

Отмеченные в литературе (Шейн, 2005) связь параметра α с давлением барботирования, а также связь параметра n с дифференциальной влагоемкостью почвы в представленной здесь модели описываются соотношениями $\alpha = -1/(\psi_0 - \psi_{ae})$ и $n = 4\mu_0/(\alpha(\theta_s - \theta_r))$, где μ_0 - значение функции дифференциальной влагоемкости почвы, вычисленное по формуле (4) при $\psi = \psi_0$. Из анализа формулы (4) следует, что функция $\mu(\psi)$ достигает своего максимума в т.н. точке

$$\left\{ \begin{aligned} \theta(\psi) &= \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r)/(1 + (-\alpha(\psi - \psi_{ae}))^n), \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s, \psi \geq \psi_{ae}, \end{cases} & (6a) \\ \frac{k(\psi)}{k_s} &= \begin{cases} 1/\sqrt{1 + (-\alpha(\psi - \psi_{ae}))^n} / (1 + \exp(8/(n\pi))(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))^n)^2, \psi < \psi_{ae}; \\ 1, \psi \geq \psi_{ae}. \end{cases} & (6b) \end{aligned} \right.$$

Таким образом, четвертый шаг предложенного выше подхода к моделированию гидрофизических свойств почвы состоит в использовании соотношений (6a) и (6b) для аппроксимации зависимостей $\theta(\psi)$ и $k(\psi)/k_s$, теоретически обоснованных в рамках физических представлений и соответственно описываемых формулами (5a) и (5b), в классе элементарных функций. Следует обратить внимание, что в частном случае при $\psi_{ae} = 0$ аппроксимация ОГХ (6a) принимает вид соотношения, ранее полученного предшественниками, например, Хаверкампом с соавторами (Haverkamp et al., 1977).

перегиба кривой ОГХ при $\psi_{in} = \psi_{ae} + (\psi_0 - \psi_{ae})\exp(-8/(\pi n^2))$; в данной точке объемная влажность почвы имеет значение

$\theta_{in} = \theta(\psi_{in}) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)/(1 + \exp(-8/(\pi n)))$, которое соответствует максимальной капиллярно-сорбционной влагоемкости почвы (Воронин, 1986; Terleev et al., 2010).

С использованием аппроксимации Виницкого (Winitzki, 2008) почвенно-гидрофизические функции, описываемые соотношения (5a) и (5b), преобразованы к более простому виду (Терлеев и др., 2012б, 2014):

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Здесь представлены результаты верификации разработанной авторами модели в виде системы физически адекватных функций водоудерживающей способности и гидравлической проводимости почвы с общими параметрами (табл. 1), а также приведены итоги сравнения усовершенствованного метода Муалема-Ван Генухтена с его оригинальной версией (табл. 2). Используются экспериментальные данные из статьи Ван Генухтена (Van Genuchten, 1980) для глинистой почвы *BeitNetofaclay*, применительно к которой метод Муалема-Ван Генухтена показал относительно невысокую точность предсказания отношения $k(\psi)/k_s$.

Таблица 1. Гидрофизические параметры почвы *BeitNetofaclay*

Параметр	Физическая размерность	Метод	
		Муалема-Ван Генухтена	Усовершенствованный метод
θ_r	$[\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}]$	0	0,24
θ_s	$[\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}]$	0,446	0,462
α	$[\text{см вод. ст.}^{-1}]$	$152 \cdot 10^{-5}$	$462 \cdot 10^{-6}$
n	б/р	1,17	0,83
Ψ_{ae}	$[\text{см вод. ст.}]$	–	0

Таблица 2. Сравнение расчетных значений почвенно-гидрофизических функций с опытными данными для почвы *BeitNetofaclay*

Сравниваемые методы	Корень квадратный из средней суммы квадратов отклонений расчетных значений от опытных данных			
	формула	$\theta(\psi)$	формула	$k(\psi)/k_s$
Метод Муалема-Ван Генухтена	(2a)	0,00883	(2b)	0,2648
Усовершенствованный метод	(5a)	0,01114	(5b)	0,04085
	(6a)	0,01178	(6b)	0,05509

Визуализация сравнения усовершенствованного метода с его оригинальной версией на примере глинистой почвы *BeitNetofaclay* осуществлена на рисунке. Здесь результаты интерполяции измеренной $\theta(\psi)$ изображены, во-первых, пунктирной кривой 1, построенной с использованием формулы (2a), и, во-вторых, сплошной кривой 3,

построенной с использованием формулы (5a); результаты предсказания отношения $k(\psi)/k_s$ изображены, во-первых, пунктирной кривой 2, построенной с использованием формулы (2b), и, во-вторых, сплошной кривой 4, построенной с использованием формулы (5b); соответствующие экспериментальные данные изображены окружностями.

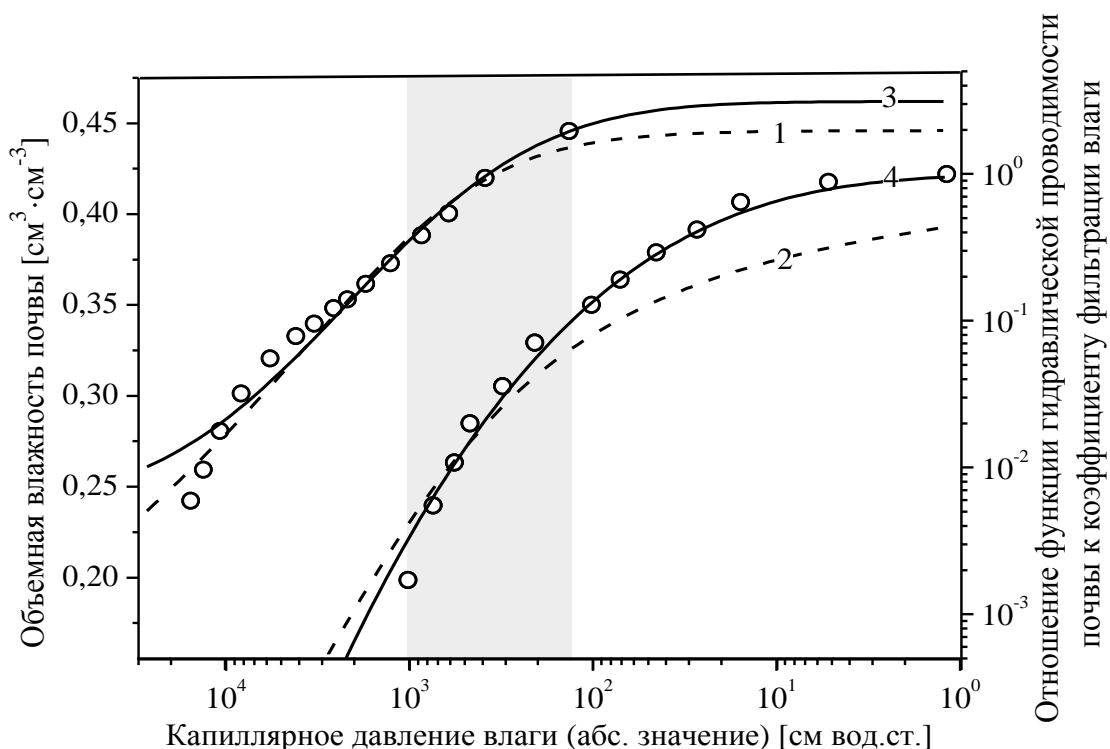


Рис. Функция водоудерживающей способности почвы и отношение функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги

На рисунке видно, что оба сравниваемых метода имеют сопоставимую и достаточно высокую точность интерполяции измеренной ОГХ (кривые 1 и 3), однако совпадение значений $k(\psi)/k_s$ с опытными данными заметно больше в случае использования усовершенствованного метода (кривая 4) по сравнению с его оригинальной версией (кривая 2).

Авторы настоящей статьи использовали следующий прием оценки общих параметров системы почвенно-гидрофизических функций. Данные измеренной ОГХ глинистой почвы *Beit Netofa clay* были интерполированы функцией (5a) с применением алгоритма Левенберга-Марквардта (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). В расчетах по данному алгоритму использовался набор фиксированных значений параметра θ_r . Указанный параметр поочередно принимал значения от нуля до минимального измеренного значения объемной влажности почвы. Для каждого заданного значения θ_r интерполяцией измеренной ОГХ была вычислена соответствующая комбинация параметров n , α и θ_s (при условии $\psi_{ae} = 0$). Отбор искомой комбинации параметров осуществлялся по предлагаемым здесь критериям: 1) сумма квадратов отклонений вычисленных значений объемной влажности почвы от измеренных данных должна быть статистически неразличима с минимальной суммой, полученной в серии расчетов; 2) параметр θ_s не должен превосходить максимального значения измеренной объемной влажности почвы; 3) параметр $\alpha = -1/\psi_0$ должен соответствовать физически адекватному значению капиллярного давления влаги при максимальной капиллярно-сорбционной влагоемкости почвы, заключенному в интервале: $-2500 \leq \psi_0 \leq -250$ [см вод. ст.] (Мичурин, 1967). Таким образом, пятый шаг предложенного выше подхода к моделированию гидрофизических свойств почвы состоит в использовании данного приема оценивания общих параметров системы почвенно-гидрофизических функций, описываемых формулами (5a), (5b), (6a) и (6b).

Относительно невысокая точность совпадения кривой 2 на рисунке, описывающей отношение $k(\psi)/k_s$, которое вычислено ори-

гинальным методом Муалема-Ван Генухтена, с измеренными данными объясняется, по крайней мере, двумя причинами. Первая причина заключается в том, что диапазон значений ψ , для которого были определены параметры аппроксимации ОГХ (2a), лишь частично пересекается с диапазоном значений ψ , для которого было предсказано отношение $k(\psi)/k_s$, описываемое формулой (2b). На рисунке область пересечения указанных диапазонов выделена более темным фоном: в ней значения $k(\psi)/k_s$ совпадают с измеренными данными вполне удовлетворительно. Однако за пределами данной области точность результатов расчета $k(\psi)/k_s$ существенно снижается. Разумеется, формальные параметры аппроксимации ОГХ (2a), идентифицированные методом интерполяции измеренной ОГХ в определенном диапазоне значений ψ , не позволяют получить физически адекватные значения $k(\psi)/k_s$ в другом диапазоне значений ψ (при экстраполяции). Вторая причина состоит в том, что при оценивании параметра θ_r не было принято во внимание, что почва *Beit-Netofaclay* относится к разновидности почв тяжелого гранулометрического состава. Значение $\theta_r = 0$ для глинистой почвы является весьма сомнительным, поскольку известно, что глины обладают достаточно высокой гигроскопичностью.

ВЫВОДЫ

На примере глинистой почвы выявлен ряд преимуществ усовершенствованного метода оценки отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации влаги по сравнению с оригинальным методом Муалема-Ван Генухтена. Они заключаются в использовании физически адекватных функций дифференциальной влагоемкости, водоудерживающей способности и гидравлической проводимости почвы. Данные почвенно-гидрофизические функции имеют общие параметры, которые могут быть оценены по относительно доступным показателям физических свойств почвы. Кроме того, если указанные параметры оценены интерполяцией ОГХ, которая измерена в определенном диапазоне значений ψ , вкупе с приемом отбора (по предложенным критериям) искомой комбинации параметров с учетом физического смысла

последних, то использование полученных таким образом параметров позволяет обособленно экстраполировать результаты предсказания отношения $k(\psi)/k_s$ на более широкий диапазон значений капиллярного давления влаги, что подтверждено верификацией усовершенствованного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арефьев Н. В., Баденко В. Л., Терлеев В. В., Латышев Н. К., Крылова И. Ю., Глядченкова Н. А. 2011. Определение водно-физических свойств почв при мелиоративных изысканиях. Мелиорация и водное хозяйство. 2:18-21.
- Баденко В. Л., Баденко Г. В., Терлеев В. В., Латышев Н. К. 2011. ГИС-технологии в информационном обеспечении системы имитационного моделирования AGROTOOL. Агрофизика. 3:1-5.
- Воронин А. Д. 1986. Основы физики почв. М.: МГУ. 244 с.
- Глобус А. М. 1969. Экспериментальная гидрофизика почв. Л.: Гидрометеиздат. 356 с.
- Мичурин Б. Н. 1967. Зависимость свойств почвенной влаги и ее доступности для растений от агрегатного состояния почвы. Автореф. дисс. док. с.-х. наук. М.: Почвенный институт. 34 с.
- Полуэктов Р. А., Терлеев В. В. 2002. Моделирование водоудерживающей способности и дифференциальной влагоемкости почвы. Метеорология и гидрология. 11:93-100.
- Полуэктов Р. А., Опарина И. В., Терлеев В. В. 2003. Три способа расчета динамики почвенной влаги. Метеорология и гидрология. 11:90-98.
- Терлеев В. В., Полуэктов Р. А., Бакаленко Б. И. 2012а. Структура информационного обеспечения модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. Агрофизика. 2:29-36.
- Терлеев В. В., Mirschel W., Баденко В. Л., Гусева И. Ю., Гуринов П. Д. 2012б. Физико-статистическая интерпретация параметров функции водоудерживающей способности почвы. Агрофизика. 4:1-8.
- Терлеев В. В., Нарбут М. А., Топаж А. Г., Миршель В. 2014. Моделирование гидрофизических свойств почвы как капиллярно-пористого тела и усовершенствование метода Муалема-Ван Генухтена: теория. Агрофизика. 2(14):35-44.
- Шеин Е. В. 2005. Курс физики почв: Учебник. М.: МГУ. 432 с.
- Badenko V., Terleev V., Topaj A. 2014. AGROTOOL software as an intellectual core of decision support systems in computer aided agriculture. Applied Mechanics and Materials. 635-637:1688-1691.
- Haverkamp R., Vauclin M., Touma J., Wierenga P.J., Vachaud G. 1977. A comparison of numerical simulation model for one-dimensional infiltration. Soil Sci. Soc. Am. J. 41:285-294.
- Kosugi K. 1994. Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. Water Resour. Res. 30:891-901.
- Kosugi K. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. Water Resour. Res. 32:2697-2703.
- Levenberg K. 1944. A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares. Quarterly of Applied Mathematics. 2:164-168.
- Marquardt D. W. 1963. An algorithm for least-square estimation on non-linear parameters. J. Soc. Ind. Appl. Math. 11:431-441.
- Mualem Y. 1976. A new model for predicting hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res. 12:513-522.
- Poluektov R. A., Fintushal S. M., Oparina I. V., Shatskikh D. V., Terleev V. V., Zakharova E. T. 2002. AGROTOOL - a system for crop simulation. Archives of Agronomy and Soil Science = Archiv fuer Acker- und Pflanzenbau und Bodenkunde. 48(6):609-635.
- Richards L. A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous media. Physics. 1:95-112.
- Terleev V. V., Mirschel W., Schindler U., Wenkel K.-O. 2010. Estimation of soil water retention curve using some agrophysical characteristics and Voronin's empirical dependence. Journal International Agrophysics. 24(4):381-387.
- Van Genuchten M. Th. 1980. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44:892-989.
- Winitzki S. 2008. A handy approximation for the error function and its inverse (in <https://sites.google.com/site/winitzki/sergei-winitzkis-files/erf-approx.pdf?attredirects=0>).

ABSTRACT

ADVANTAGES OF THE IMPROVED MUALEM-VAN GENUCHTEN APPROACH ON THE EXAMPLE OF CLAY SOIL

V. V. Terleev^{1,2}, V. L. Badenko^{1,2}, A. G. Topaj², W. Mirschel³, I. Yu. Guseva¹

¹ Saint-Petersburg State Polytechnical University, Polytechnicheskaya str., 29,
Saint-Petersburg, 195251, Russia

² Agrophysical Research Institute, Grazhdansky pr., 14, St. Petersburg, 195220, Russia

³ Leibniz Centre of Agricultural Landscape Research (ZALF), Eberswalder Strasse, 84,
Muencheberg, 15374, Germany
E-mail: Vitaly_Terleev@mail.ru

The advantages for calculating the ratio of the hydraulic conductivity of soil function to the filtration coefficient using the improved Mualem-Van Genuchten approach are considered. The approach is based on the theoretical substantiation for the function of differential soil water capacity and its antiderivative in frames of the capillarity concepts and the lognormal distribution of the effective radii of soil pores. The most important advantages of the improved method compared to its original version are: firstly, the possibility of estimation for physically adequate parameters of models, which describe the water retention capacity and hydraulic conductivity of soil, using the available indicators of the soil physical properties; secondly, higher accuracy of calculating the ratio of the hydraulic conductivity function to the filtration coefficient using the results of the interpolation of the measured data about the soil water retention capacity (on the clay soil example).

Keywords: differential soil water capacity, soil water retention curve, hydraulic conductivity of soil, capillarity, lognormal distribution of effective pore radii, physical interpretation, interpolation.