

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОДОУДЕРЖИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЧВЫ НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О КАПИЛЛЯРНОМ ГИСТЕРЕЗИСЕ И ЛОГНОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПОР ПО РАЗМЕРАМ: ТЕОРИЯ

В. В. Терлеев¹, А. Г. Топаж², В. Миршель³, П. Д. Гурин²

¹Национальный исследовательский Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет

29 Политехническая ул., Санкт-Петербург, Россия, 195251

²Агрофизический научно-исследовательский институт

14 Гражданский пр-т, Санкт-Петербург, Россия, 195220

³Leibniz Centre of Agricultural Landscape Research (ZALF),

84 Eberswalder Strasse, Muencheberg, Germany, 15374

E-mail: Vitaly_Terleev@mail.ru

Поступила в редакцию 28 января 2014 г., принята к печати 14 февраля 2014 г.

В статье предложена математическая модель гистерезиса водоудерживающей способности почвы. Модель описывает главные и сканирующие кривые иссушения и увлажнения почвы, а также поворотные точки. При построении модели использовано физически обоснованное предположение, что функция дифференциальной влагоемкости почвы в каждой точке на кривых гистерезиса принимает только по два значения, которые соответствуют сорбционному и десорбционному равновесиям почвенной влаги. Такое предположение согласуется с представлением о форме кривых, образующих петли гистерезиса водоудерживающей способности почвы и при этом не создающих нежелательного *эффекта помпы*. Параметры модели интерпретированы на основе концепций капиллярности и логнормального распределения эффективных радиусов почвенных пор.

Ключевые слова: логнормальное распределение эффективных радиусов почвенных пор, капиллярный гистерезис, дифференциальная влагоемкость почвы, водоудерживающая способность почвы, сорбционные и десорбционные изотермы равновесия почвенной влаги, поворотные точки, «эффект помпы».

ВВЕДЕНИЕ

Использование концепции о распределении пор по размерам оказалось весьма продуктивным при моделировании гидрофизических характеристик почвы как капиллярно-пористого тела (D'Hollander, 1979; Kosugi and Normans, 1998; Kosugi, 1996,

1999; Терлеев, 2000). В рамках представлений о капиллярных свойствах и логнормальном распределении эффективных радиусов почвенных пор предложено теоретическое обоснование функции дифференциальной влагоемкости почвы (Терлеев и др., 2013):

$$\mu = d\theta/d\psi = \begin{cases} -(\theta_s - \theta_r)(n/4)/(\psi - \psi_{ae}) \exp\left(-\pi(n/4)^2 \ln^2(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))\right), & \psi < \psi_{ae}; \\ 0, & \psi \geq \psi_{ae}, \end{cases} \quad (1)$$

где θ - объемная влажность почвы; θ_s - объемная влажность полного насыщения почвы влагой; θ_r - минимальный удельный объем жидкой воды в почве; ψ - капиллярное давление почвенной влаги; α , n и ψ_{ae} - параметры.

Функцию водоудерживающей способности почвы, по определению являющуюся первообразной функции дифференциальной

влагоемкости почвы, принято описывать в виде зависимости объемной влажности почвы от капиллярного давления влаги (Заславский, Терлеев, 1988). Данная зависимость называется основной гидрофизической характеристикой (ОГХ) почвы (Глобус, 1969). Здесь функция $\theta = \theta(\psi)$ и ее аппроксимация описываются следующими соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \begin{cases} \theta_r + ((\theta_s - \theta_r)/2) \operatorname{erfc}((n\sqrt{\pi}/4) \ln(-\alpha(\psi - \psi_{ae}))), \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s, \psi \geq \psi_{ae}; \end{cases} & (2a) \\ \theta \approx \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + (-\alpha(\psi - \psi_{ae}))^n), \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s, \psi \geq \psi_{ae}. \end{cases} & (2b) \end{array} \right.$$

Следует отметить, что для частного случая $\psi_{ae} = 0$ соотношения (1) и (2a) ранее были получены Kosugi (1996), а соотношение (2b) имеет вид аппроксимации ОГХ, предложенной в исследованиях Brutsaert (1966), Ahuja, Swartzendruber (1972), Haverkamp *et al.* (1977). Кроме того, аппроксимация ОГХ (2b) с возведенным в степень $m = 1 - 1/n$ знаменателем применяется в методе Муалема-Ван Генухтена для расчета отношения функции гидравлической проводимости почвы к коэффициенту фильтрации почвенной влаги (Mualem, 1976; Van Genuchten, 1980).

Уместно обратить внимание на встречающуюся в литературе интерпретацию параметра α : утверждается, что в формуле (2b) при $\psi_{ae} = 0$ со знаменателем, возведенным в степень m , параметр α есть величина, обратная давлению входа воздуха. Данное утверждение является сомнительным. Действительно, из указанной формулы следует, что $\lim_{\psi \rightarrow 0} \theta = \theta_s$. Вместе с тем, из нее же для

любого значения α вытекает соотношение $\lim_{\psi \rightarrow 1/\alpha} \theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / 2^m$. Очевидно, что при больших значениях α должно выполняться требование: $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left(\lim_{\psi \rightarrow 1/\alpha} \bar{\theta} \right) = \lim_{\psi \rightarrow 0} \bar{\theta}$, однако равенство $\theta_r + (\theta_s - \theta_r) / 2^m = \theta_s$ (или $1/2^m = 1$) выполняется только для $m = 0$ (или для $m = 1 - 1/n$ при $n = 1$). Таким образом, подобная интерпретация параметра α (например, для формул Ван Генухтена или Хаверкампа и др.) не является убедительной.

В данной статье для параметров α , n и ψ_{ae} предлагается следующая физико-статистическая интерпретация. Параметр $\alpha = r_{\max} \bar{r}_0 / \beta$ - это величина, которая определяется, во-первых, произведением радиуса

наибольшей капиллярной поры r_{\max} и эффективного радиуса поры \bar{r}_0 , при котором нормальная случайная величина $\ln \bar{r}$ достигает наиболее вероятного значения (здесь $\bar{r} = (r - r_{\min}) / (r_{\max} - r)$) (Kosugi, 1994), r - радиус почвенного капилляра, r_{\min} - радиус наименьшей капиллярной поры); во-вторых, капиллярными свойствами почвы, которые учитываются коэффициентом β в формуле Лапласа $\psi = -\beta/r$, ($\beta = 2\gamma \cos \phi / (g\rho_w)$), γ - коэффициент поверхностного натяжения почвенной влаги на границе с воздухом, ϕ - краевой угол смачивания водой поверхности частиц почвы, g - ускорение свободного падения, ρ_w - плотность воды). Если $r_{\max} \gg r_0 \gg r_{\min}$, то $\alpha = r_0/\beta$. Параметр $n = 4/(\sigma\sqrt{2\pi})$ - это величина, обратно пропорциональная стандартному отклонению логарифмов эффективных радиусов пор σ . Параметр ψ_{ae} имеет смысл давления барботирования на изотерме иссушения изначально влагонасыщенной почвы.

Отмечаемые в литературе связи параметра α с давлением барботирования (Шеин, 2005), а также параметра n с дифференциальной влагоемкостью почвы предлагается описывать соотношениями $\alpha = -1/(\psi_0 - \psi_{ae})$ и $n = 4\mu_0 / ((\theta_s - \theta_r) / \alpha)$, где ψ_0 - капиллярное давление влаги, соответствующее эффективному радиусу пор \bar{r}_0 (при $\psi = \psi_0$ объемная влажность почвы равна $\theta_0 = (\theta_s + \theta_r) / 2$); μ_0 - значение функции дифференциальной влагоемкости почвы, вычисленное по формуле (1) при $\psi = \psi_0$. Функция дифференциальной влагоемкости почвы достигает максимума в т.н. точке перегиба кривой ОГХ при $\psi_{in} = \psi_{ae} + (\psi_0 - \psi_{ae}) \exp(-8/(\pi n^2))$; в данной точке объемная влажность почвы принимает значение

$\theta_{in} = \theta(\psi_{in}) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + \exp(-8/(\pi n)))$, которое, по мнению авторов, соответствует максимальной капиллярно-сорбционной влагоемкости почвы (Воронин, 1986, Terleev *et al.*, 2010).

Целью данного исследования является развитие теории, предложенной ранее авторским коллективом (Терлеев и др., 2013), и построение на ее основе модели гистерезиса водоудерживающей способности почвы, в том числе для информационного обеспечения систем имитационного моделирования продукционного процесса сельскохозяйственных культур (Полуэктов и др., 2006; Баденко и др. 2011; Терлеев и др., 2012).

ГЛАВНАЯ ПЕТЛЯ ГИСТЕРЕЗИСА ВОДОУДЕРЖИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЧВЫ

Предложенный подход к теоретическому обоснованию ОГХ почвы не ограничен какими-либо условиями и, в общем, должен соответствовать и десорбционным, и сорбционным изотермическим равновесиям влаги в почвенных капиллярах. Можно предположить, что форма и положение кривых, описываемых соотношением (2b), которые соответствуют случаям десорбции и сорбции влаги в почве, будут отличаться. Ранее были рассмотрены причины данного отличия в рамках принятых представлений

(Терлеев и др., 2013). Параметры соотношения (2b) для описания иссушения и увлажнения отмечаются индексами «d» и «w» соответственно. Здесь, согласно используемым представлениям, должно выполняться следующее неравенство:

$$\begin{aligned} r_{0,d}/\beta &= -1/(\psi_{0,d} - \psi_{ae}) = \alpha_d < \\ \alpha_w &= -1/(\psi_{0,w} - \psi_{we}) = r_{0,w}/\beta. \end{aligned}$$

Итак, учитывая особенности начального десорбционного равновесия исходно полностью влагонасыщенной почвы и завершающего сорбционного равновесия исходно воздушно-сухой почвы и принимая во внимание различия между значениями наиболее вероятного радиуса почвенных пор при капиллярном иссушении почвы и при ее увлажнении, модифицируем систему формул (2b), заменим знак приближенного равенства на знак точного равенства и получим две системы соотношений, описывающих две ветви зависимости величины влажности почвы от капиллярного давления влаги при опорожнении почвенных пор от воды, начиная с самых широких капилляров и заканчивая самыми узкими порами, а также при заполнении пор водой, начиная с самых узких капилляров и заканчивая самыми широкими порами.

Первая система имеет вид:

$$\begin{cases} \theta = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + (-\alpha_d (\psi - \psi_{ae}))^n), & \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s, & \psi \geq \psi_{ae}; \end{cases} \\ \alpha_d = -1/(\psi_{0,d} - \psi_{ae}) = r_{0,d}/\beta, \quad n = 4/(\sigma\sqrt{2\pi}). \end{cases} \quad (3a)$$

Вторая система имеет вид:

$$\begin{cases} \theta = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + (-\alpha_w (\psi - \psi_{we}))^n), & \psi < \psi_{we}; \\ \theta_s, & \psi \geq \psi_{we}; \end{cases} \\ \alpha_w = -1/(\psi_{0,w} - \psi_{we}) = r_{0,w}/\beta, \quad n = 4/(\sigma\sqrt{2\pi}). \end{cases} \quad (3b)$$

Графически данный феномен изображается в виде т.н. главной (внешней) петли гистерезиса водоудерживающей способности почвы.

Таким образом, получены формулы двух ветвей гистерезисной ОГХ почвы, которые образованы: 1) совокупностью точек, описывающих изотермические десорбционные равновесия воды в диапазоне от влагонасыщенного состояния почвы (при отсут-

ствии в ней заземленного воздуха) до воздушно-сухого и 2) совокупностью точек, описывающих изотермические сорбционные равновесия воды в диапазоне от воздушно-сухого состояния почвой до ее полного насыщения влагой с вытеснением пузырьков заземленного воздуха. Ветви гистерезисной ОГХ почвы соответственно называют *главной кривой (изотермой) иссушения* и *главной кривой (изотермой) увлажнения* почвы.

ПОВОРОТНЫЕ ТОЧКИ. ПЕРВИЧНЫЕ, ВТОРИЧНЫЕ И ПОСЛЕДУЮЩИЕ ВЕТВИ ГИСТЕРЕЗИСА ВОДОУДЕРЖИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЧВЫ

Рассмотрим некоторую точку θ_i, ψ_i на главной кривой увлажнения $\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / (1 + (-\alpha_w(\psi - \psi_{we}))^n)$, характеризующую изотермическое равновесие воды в почве, поровое пространство которой занимает заданное количество влаги, но при этом не достигается полного насыщения, и в почве остаются наиболее широкие капилляры, свободные от воды. Данную точку можно рассматривать как принадлежащую к другой совокупности точек, которые характеризуют изотермические десорбционные равновесия воды диапазоне от некоторого исходного увлажнения до воздушно-сухого состояния почвы и образуют соответствующую ветвь иссушения почвы. Такая ветвь ОГХ называется *первичной кривой иссушения* почвы. Достижение равновесия воды в почве при

первичном иссушении происходит в иных условиях (по сравнению с главным иссушением): в данном случае наиболее широкие капилляры свободны от влаги, а часть более узких капилляров заполнена водой, количество которой соответствует рассматриваемой точке на главной кривой увлажнения. Для первичного иссушения характерно то, что наиболее широкие промежутки между почвенными частицами, а также крупные внутриагрегатные и межагрегатные полости не принимают участия в десорбции влаги из почвы, поскольку в них отсутствует вода в соответствии с исходным состоянием, характеризующимся точкой θ_i, ψ_i на кривой главного увлажнения. Принимая во внимание данный феномен, следует заменить параметр θ_s новым параметром θ_s^* . С учетом положения i -й точки на главной кривой увлажнения первичная кривая иссушения между указанной точкой и воздушно-сухим состоянием почвы описывается следующими формулами:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \theta_r + (\theta_s^* - \theta_r) / (1 + (-\alpha_d(\psi - \psi_{ae}))^n), \\ \theta_s^* = \theta_s, \psi_{ae} < \psi_{we} \leq \psi_i, \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s^* = \theta_i, \psi_{ae} \leq \psi_i \leq \psi_{we}, \psi < \psi_{ae}; \\ \theta_s^* = \theta_i + (\theta_i - \theta_r) / (1 + (-\alpha_d(\psi_i - \psi_{ae}))^n), \psi_i < \psi_{ae} \leq \psi_{we}, \psi \leq \psi_i; \\ \theta = \theta_s, \psi_{ae} < \psi_{we} \leq \psi_i, \psi_{ae} \leq \psi \leq \psi_i; \\ \theta = \theta_i, \psi_{ae} \leq \psi_i \leq \psi_{we}, \psi_{ae} \leq \psi \leq \psi_i. \end{array} \right. \quad (4a)$$

Следует обратить внимание, что в случае $\psi_{ae} < \psi_{we} \leq \psi_i$ кривая увлажнения переходит в главную кривую иссушения.

Далее рассмотрим некоторую точку θ_j, ψ_j на главной кривой иссушения, характеризующую изотермическое равновесие воды в почве, из которой удалено заданное количество влаги, но при этом почва не достигает гигроскопического состояния, и в ней остаются наиболее узкие капилляры, заполненные водой. Данную точку можно рассматривать как принадлежащую к другой совокупности точек, которые характеризуют изотермические сорбционные равновесия воды диапазоне от некоторого исходного увлажнения почвы до ее полного насыщения вла-

гой с вытеснением пузырьков заземленного воздуха и образуют соответствующую ветвь увлажнения почвы. Такая ветвь ОГХ называется *первичной кривой увлажнения* почвы. Достижение равновесия воды в почве при первичном увлажнении происходит в иных условиях (по сравнению с главным увлажнением): в данном случае не все почвенные капилляры свободны от влаги, и наиболее узкие из них заполнены водой, количество которой соответствует рассматриваемой точке на главной кривой иссушения. Для первичного увлажнения характерно то, что наиболее узкие промежутки между почвенными частицами, а также мелкие внутриагрегатные и межагрегатные полости не принимают участия в первичной сорбции влаги почвой,

поскольку в них присутствует вода в соответствии с исходным состоянием, характеризуемым точкой θ_j, ψ_j на кривой главного иссушения. Принимая во внимание данный феномен, следует заменить параметр θ_r новым параметром θ_r^* . С учетом положения j -й

точки на главной кривой иссушения первичная кривая увлажнения между данной точкой и состоянием полного насыщения водой почвы описывается следующими формулами:

$$\left[\begin{array}{l} \theta = \theta_r^* + (\theta_s - \theta_r^*) / \left(1 + (-\alpha_w (\psi - \psi_{we}))^n \right), \\ \theta_r^* = \theta_j = \theta_r, \psi_j \ll \psi_{ae}, \psi_j \leq \psi < \psi_{we}; \\ \theta_r^* = \theta_j - (\theta_s - \theta_j) \left(-\alpha_w (\psi_j - \psi_{we}) \right)^{-n}, \psi_j < \psi_{ae}, \psi_j \leq \psi < \psi_{we}; \\ \theta = \theta_s, \psi_j < \psi_{ae}, \psi_{we} \leq \psi; \\ \theta = \theta_j = \theta_s, \psi_{ae} \leq \psi_j, \psi_j \leq \psi. \end{array} \right. \quad (4b)$$

При $\psi_j \ll \psi_{ae}$ кривая иссушения переходит в главную кривую увлажнения.

Первичное увлажнение может смениться десорбцией, а первичное иссушение – сорбцией. В подобных случаях совокупность точек, описывающих новые равновесные состояния, будут соответственно называться *вторичной кривой иссушения* и *вторичной кривой увлажнения*. Аналогичные рассуждения приводят к понятиям *третичных, четвертичных* и т.д. *кривых иссушения и увлажнения*. Все указанные ветви гистерезиса водоудерживающей способности почвы также описываются соотношениями (4a) и (4b) соответственно. Совокупность первичных, вторичных и т.д. кривых иссушения и увлажнения называются *сканирующими кривыми* (или *кривыми развертки*) гистерезисной ОГХ почвы. Петли, образованные первичными и начинающимися от них вторичными кривыми, называются *первичными (внутренними) петлями гистерезиса* водоудерживающей способности почвы. Можно проследить цепочку последовательных переходов от первичных к вторичным кривым гистерезисной ОГХ почвы, затем - от вторичных к третичным, от третичных к четвертичным и т. д. Так последовательно формируются *вторичные, третичные и т. д. (внутренние) петли гистерезиса* водоудерживающей способности почвы. Природное многообразие петель гистерезисной ОГХ почвы реализуется множеством т.н. *поворотных точек*, где последовательно происходят разнообразные переходы от n -го ув-

лажнения к $(n+1)$ -му иссушению и наоборот. При прохождении двух поворотных точек каждый раз образуется очередная внутренняя n -я гистерезисная петля ОГХ и последовательно формируется бесконечное множество петель гистерезиса водоудерживающей способности почвы. Следует отметить, что замкнутой является только главная (внешняя) петля гистерезиса. Внутренние гистерезисные петли являются незамкнутыми: они подобны виткам бесконечной спирали, ограниченной главными кривыми увлажнения и иссушения.

В общем случае система формул (4b) описывает ветвь увлажнения, начиная с j -й поворотной точки θ_j, ψ_j на предыдущей кривой иссушения, а соотношения (4a) описывают ветвь иссушения, начиная с i -й поворотной точки θ_i, ψ_i на предыдущей кривой увлажнения. В данных формулах координаты поворотных точек, с которых начинается очередная ветвь ОГХ, определяются значениями влажности почвы и капиллярного давления влаги на момент перехода от предыдущей ветви к последующей ветви ОГХ. С учетом данных значений и направления перехода («сорбция → десорбция» или наоборот) вычисляются соответствующие параметры ОГХ θ_r^* и θ_s^* (Scott *et al.*, 1983). Для $i = j \pm 1$ формулы (4a) и (4b) описывают соседние ветви ОГХ. Указанные ветви образуют i -ю петлю при $j = i + 1$, либо j -ю гистерезисную петлю ОГХ при $i = j + 1$.

На рис. 1 (для $\theta_r=0,1 \text{ см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$, $\theta_s=0,6 \text{ см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$) представлены следующие ветви гистерезисной ОГХ почвы:

- участок главной кривой иссушения ($a \rightarrow b \rightarrow c$), который начинается от состояния полного насыщения почвы водой и заканчивается первой поворотной точкой;
- участок первичной кривой увлажнения ($c \rightarrow d$) между первой и второй поворотными точками;
- участок вторичной кривой иссушения ($d \rightarrow e \rightarrow f$) между второй и третьей поворотными точками;
- участок третичной кривой увлажнения ($f \rightarrow g$) между третьей и четвертой поворотными точками и т.д.
- участки последующих кривых иссушения и увлажнения ($g \rightarrow h$), ($h \rightarrow i$), ($i \rightarrow j \rightarrow k$), ($k \rightarrow l$), ($l \rightarrow m \rightarrow$ «воздушно-сухое состояние»);
- главная кривая увлажнения («воздушно-сухое состояние» $\rightarrow a$), изображенная пунктиром.

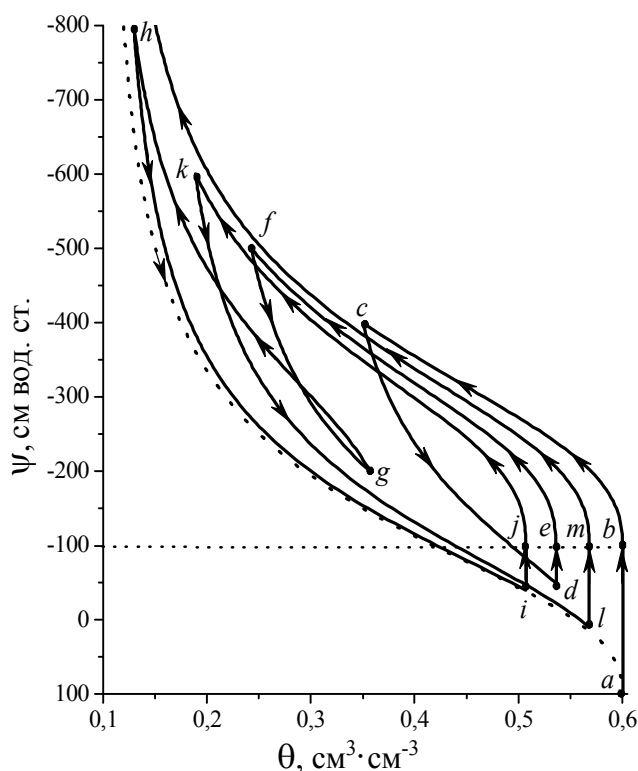


Рис. 1. Петли гистерезисной ОГХ почвы, образованные кривыми иссушения и увлажнения при произвольном варьировании капиллярного давления влаги (сплошные кривые); a – начальная точка на главной кривой иссушения; b, m, e, j – точки на кривых иссушения, соответствующие давлению барботирования; c, d, f, g, h, i, k, l – поворотные точки; пунктир – главная кривая увлажнения почвы.

Вычислительный эксперимент с построенной моделью гистерезисной ОГХ почвы, предпринятый для возможного выявления негативного *эффекта помпы*, т.е. «дрейфа» значений влажности почвы при осцилляциях капиллярного давления влаги в фиксированном диапазоне, показал, что при каждой новой осцилляции ветви очередной $(i + 1)$ -й внутренней петли гистерезиса оказываются более близкими к соответствующим ветвям предыдущей i -й петли, а абсолютные значения разности влажностей почвы в соответствующих поворотных точках постепенно уменьшаются

$$\left(\left| \theta_{d,i+1} - \theta_{d,i} \right| < \left| \theta_{d,i} - \theta_{d,i-1} \right|, \right. \\ \left. \left| \theta_{w,i+1} - \theta_{w,i} \right| < \left| \theta_{w,i} - \theta_{w,i-1} \right| \right).$$

Результат исследования модели гистерезисной ОГХ почвы, описываемой формулами (4a) и (4b) с параметрами $n = 2,5$, $\psi_{ac} = -100$ см вод. ст., $\psi_{we} = 100$ см вод. ст., $\alpha_d = 0,0033$ см вод. ст.⁻¹ ($\psi_{0,d} = -400$ см вод. ст.), $\alpha_w = 0,004$ см вод. ст.⁻¹, ($\psi_{0,w} = -150$ см вод.ст.), при осцилляциях капиллярного давления влаги от $\psi_{\Delta} = -150$ см вод. ст. до $\psi_{\nabla} = -350$ см вод. ст. представлен на рис. 2.

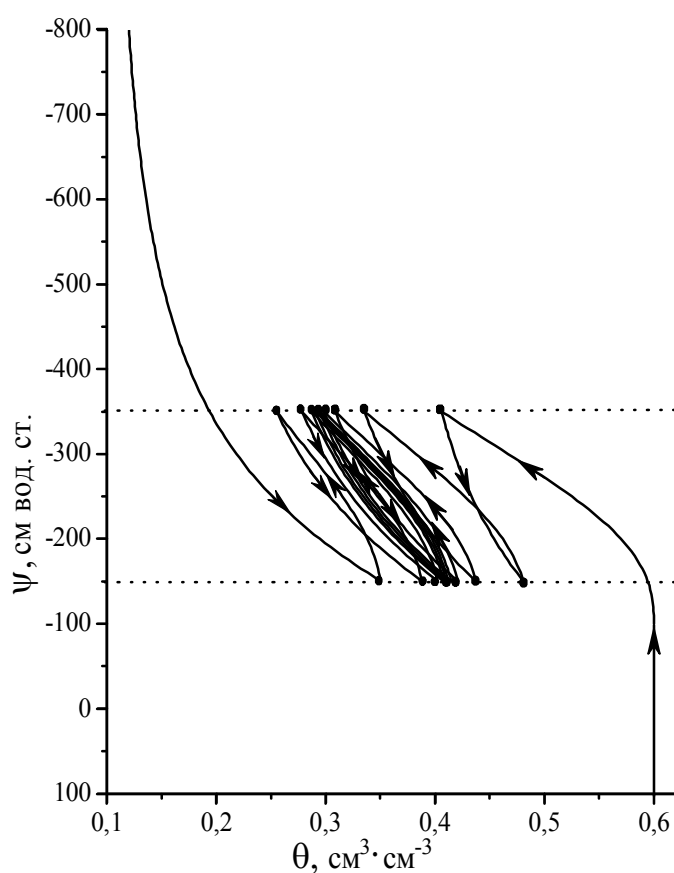


Рис. 2. Достижение устойчивой формы петли гистерезисной ОГХ почвы при осцилляциях капиллярного давления влаги в заданном диапазоне

На рис. 2 видно, что с каждой новой осцилляцией капиллярного давления влаги очередная внутренняя петля постепенно приближается к предыдущей. Отсюда можно прийти к заключению, что вычислительный процесс последовательного формирования

петель гистерезисной ОГХ почвы, описываемых представленной здесь моделью водоудерживающей способности почвы, при осцилляции капиллярного давления влаги в фиксированном диапазоне является *сходящимся*:

$$\begin{cases} \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{d,i-1}(\psi_{\nabla}) = \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{d,i+1}(\psi_{\nabla}) = \theta_{\nabla} = \theta_r + (\theta_{\nabla,s}^* - \theta_r) / \left(1 + ((\psi_{\nabla} - \psi_{ae}) / (\psi_{0,d} - \psi_{ae}))^n \right), \\ \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{w,i}(\psi_{\Delta}) = \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{w,i+2}(\psi_{\Delta}) = \theta_{\Delta} = \theta_{\Delta,r}^* + (\theta_s - \theta_{\Delta,r}^*) / \left(1 + ((\psi_{\Delta} - \psi_{we}) / (\psi_{0,w} - \psi_{we}))^n \right), \end{cases}$$

где

$$\theta_{\nabla,s}^* = (\theta_r(\lambda_1 + \lambda_3\delta_1) + \theta_s(\lambda_2 + \lambda_3\delta_2)) / (1 - \lambda_3\delta_3),$$

$$\theta_{\Delta,r}^* = \delta_1\theta_r + \delta_2\theta_s + \delta_3\theta_{\nabla,s}^*,$$

$$\lambda_1 = -\chi_2,$$

$$\lambda_2 = (1 + \chi_2) / (1 + \chi_3),$$

$$\lambda_3 = \lambda_2\chi_3, \quad \delta_1 = \chi_1(1 + \chi_4) / (\chi_4(1 + \chi_1)),$$

$$\delta_2 = -1/\chi_4, \quad \delta_3 = \delta_1/\chi_1,$$

$$\chi_1 = ((\psi_{\nabla} - \psi_{ae}) / (\psi_{0,d} - \psi_{ae}))^n,$$

$$\chi_2 = ((\psi_{\Delta} - \psi_{ae}) / (\psi_{0,d} - \psi_{ae}))^n,$$

$$\chi_3 = ((\psi_{\Delta} - \psi_{we}) / (\psi_{0,w} - \psi_{we}))^n,$$

$$\chi_4 = ((\psi_{\nabla} - \psi_{we}) / (\psi_{0,w} - \psi_{we})).$$

Другими словами, в процессе осцилляции капиллярного давления влаги внутренние незамкнутые гистерезисные петли водоудерживающей способности почвы в пределе трансформируются в определенную замкнутую петлю, а *эффект помпы* при этом не проявляется. Для случая, изображенного на рис. 2, такая замкнутая петля располагается между поворотными точками ($\psi_{\Delta} = -150$ см вод. ст., $\theta_{\Delta} = 0,411$) и ($\psi_{\nabla} = -350$ см вод. ст., $\theta_{\nabla} = 0,292$). Если для других диапазонов аналогично (от главных ветвей гистерезисной ОГХ почвы) организованных осцилляции капиллярного давления влаги вычислить соответствующие значения влажности почвы, то геометрическое множество поворотных точек для совокупности таким образом построенных замкнутых петель

ОГХ образует *главную ось гистерезиса* водоудерживающей способности почвы.

Вместе с тем необходимо отметить, что любая кривая водоудерживающей способности почвы, начинающаяся от произвольной поворотной точки p_k и заканчивающаяся ближайшей точкой пересечения данной кривой с предыдущей кривой ОГХ p_{k+1} , образует замкнутую петлю гистерезисной ОГХ почвы, и осцилляции капиллярного давления влаги в соответствующем данным точкам диапазоне будут приводить к повторению указанной петли (см. рис. 3). Для случая, изображенного на рис. 3, такая замкнутая петля располагается между поворотными точками ($\psi_{\Delta} = -150$ см вод. ст., $\theta_{\Delta} = 0,437$) и ($\psi_{\nabla} = -300$ см вод. ст., $\theta_{\nabla} = 0,351$).

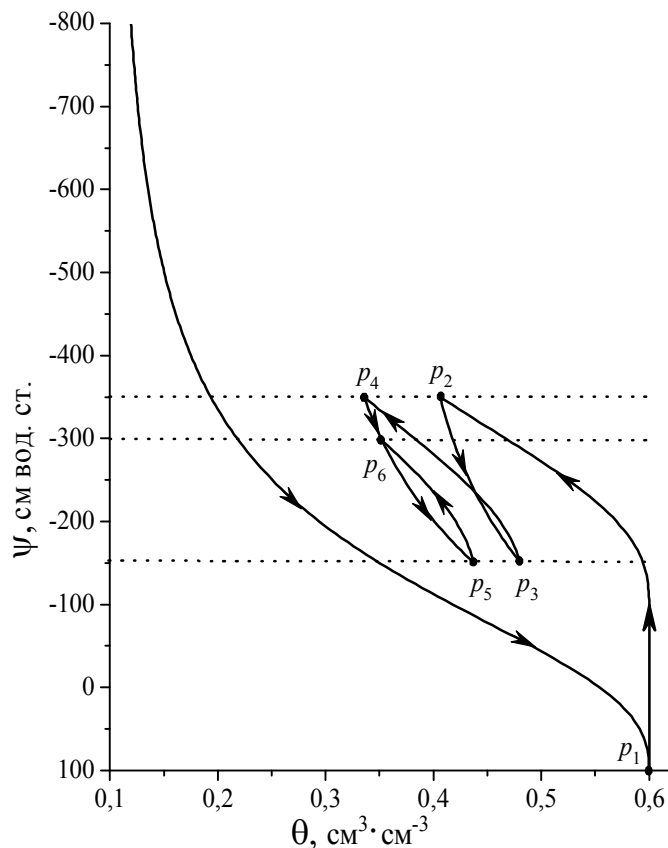


Рис. 3. Замкнутые петли гистерезисной ОГХ почвы, сформированные осцилляциями капиллярного давления влаги между поворотными точками p_{2i+1} и $p_{2(i+1)}$ ($i = 2, 3, 4, \dots$)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представления, положенные в основу предложенной теории, безусловно, требуют экспериментального подтверждения. Но уже сейчас можно отметить, что они являются более обоснованными по сравнению с имеющимся в литературе предположением, что кривая ОГХ, начинающаяся от последней поворотной точки, пересекается с предыдущей кривой ОГХ в предпоследней поворотной точке. Модель гистерезиса водоудерживающей способности почвы, построенная на таком предположении, разумеется, не имеет нежелательного *эффекта помпы*. Однако подобная модель не может быть физически адекватной. Действительно, предположение о замкнутости всех внутренних гистерезисных петель ОГХ означает возможность пересечения в одной точке любого произвольного количества кривых ОГХ почвы, соответствующих одному и тому же типу (сорбционного или десорбционного) равновесия почвенной влаги. В свою очередь, отсюда следует, что в указанной точке функция дифференциальной влагоемкости почвы

принимает неограниченное множество значений, что противоречит физическому смыслу данной функции. Более естественными и, следовательно, более предпочтительными являются представления, согласно которым в каждой точке кривой ОГХ почвы имеются только два значения функции дифференциальной влагоемкости почвы, соответствующих двум разным (сорбционному и десорбционному) равновесиям почвенной влаги. Такие представления согласуются с выдвинутыми в исследовании идеями относительно формы кривых ОГХ, образующих петли гистерезиса водоудерживающей способности почвы и при этом не создающих *эффекта помпы*.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке DAAD, DFG и РФФИ № 09-05-00415-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Баденко В.Л., Баденко Г.В., Терлеев В.В., Латышев Н.К. 2011. ГИС-технологии в информационном обеспечении системы имитационного моделирования AGROTOOL. Агрофизика. 3:1-5.
- Воронин А.Д. 1986. Основы физики почв. М., МГУ. 244 с.
- Глобус А.М. 1969. Экспериментальная гидрофизика почв. Л., Гидрометеиздат. 356 с.
- Заславский Б.Г., Терлеев В.В. 1988. Моделирование гидрофизических характеристик почв // Автоматизация научных исследований и проектирования АСУ ТП в мелиорации. Всес. школа-семинар, ВНИИКАмелиорация. Фрунзе. С. 82.
- Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. 2006. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. СПб., Изд-во С.-Петербург. ун-та. 396 с.
- Терлеев В.В. 2000. Моделирование водоудерживающей способности почв как капиллярно-пористых тел. Учеб.-метод. пособ. СПб., НИИ химии СПбГУ. 71 с.
- Терлеев В.В., Полуэктов Р.А., Бакаленко Б.И. 2012. Структура информационного обеспечения модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. Агрофизика. 2:29-36.
- Терлеев В.В., Топаж А.Г., Миршель В., Гурин П.Д. 2013. Моделирование главных ветвей иссушения и увлажнения петли гистерезиса водоудерживающей способности почвы. Агрофизика. 1:22-29.
- Шейн Е.В. 2005. Курс физики почв. Учебник. М., Изд-во МГУ. 432 с.
- Ahuja L. R., Swartzendruber D. 1972. An improved form of soil-water diffusivity function. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 36:9-14.
- Brutsaert W. 1966. Probability laws for pore-size distribution. Soil Sci. 101:85-92.
- D'Hollander E.H. 1979. Estimation of the pore size distribution from the moisture characteristic. Water Resour. Res. 15:107-112.
- Haverkamp R., Vauclin M., Touma J., Wierenga P. J., Vachaud G. 1977. A comparison of numerical simulation model for one-dimensional infiltration. Soil Sci. Soc. Amer. J. 41:285-294.
- Kosugi K. 1994. Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. Water Resour. Res. 30:891-901.
- Kosugi K. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. Water Resour. Res. 32:2697-2703.
- Kosugi K., Hopmans J. W. 1998. Scaling water retention curves for soils with lognormal pore-size distribution. Soil Sci. Soc. Amer. J. 62:1496-1505.
- Kosugi K. 1999. General model for unsaturated hydraulic conductivity for soil with lognormal pore-size distribution. Soil Sci. Soc. Amer. J. 63:270-277.
- Mualem Y. 1976. A new model for predicting hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res. 12:513-522.
- Scott P.S., Farquhar G. J., Kouwen N. 1983. Hysteretic effects on net infiltration. In: Advanced in Infiltration, American Society of Agricultural Engineers, Publication 11-83, St. Josef, Michigan. p.163-170.
- Terleev V. V., Mirschel W., Schindler U., Wenkel K.-O. 2010. Estimation of soil water retention curve using some agrophysical characteristics and Voronin's empirical dependence. J. International Agrophysics. 24(4):381-387.
- Van Genuchten, M. Th. 1980. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Amer. J. 44:892-989.